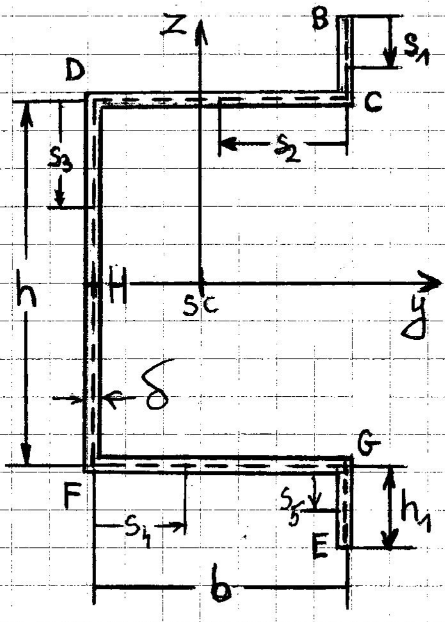


$b = 7\,cm$, $h = 10\,cm$, $h_1 = 2\,cm$, $\delta = 0{,}4\,cm$

Wyznaczyć położenie środka sił poprzecznych.

$$J_y = \frac{h^3\delta}{12} + 2\left(\frac{b\delta^3}{12} + b\delta\left(\frac{h}{2}\right)^2\right) + 2\left(\frac{h_1^3\delta}{12} + h_1\delta\cdot\left(\frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} + \left(\frac{h}{2}+h_1\right)\right)\right)^2\right)$$

$$J_y = \frac{10^3\cdot 0{,}4}{12} + 2\left(\frac{7\cdot 0{,}4^3}{12} + 7\cdot 0{,}4\cdot 5^2\right) + 2\left(\frac{2^3\cdot 0{,}4}{12} + 2\cdot 0.4\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot(5+7)\right)^2\right) = 231.14\ cm^4$$

Przebieg $S_y(s)$:

przedział BC $\rightarrow S_y(s) = s_1\delta\left(\frac{h}{2} + h_1 - \frac{s_1}{2}\right)$, $S_y(h_1) = h_1\cdot\delta\left(\frac{h}{2} + \frac{h_1}{2}\right) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1)$

przedział CD $\rightarrow S_y(s) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + s_2\cdot\delta\cdot\frac{h}{2}$, $S_y(b) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + \frac{b\delta h}{2}$

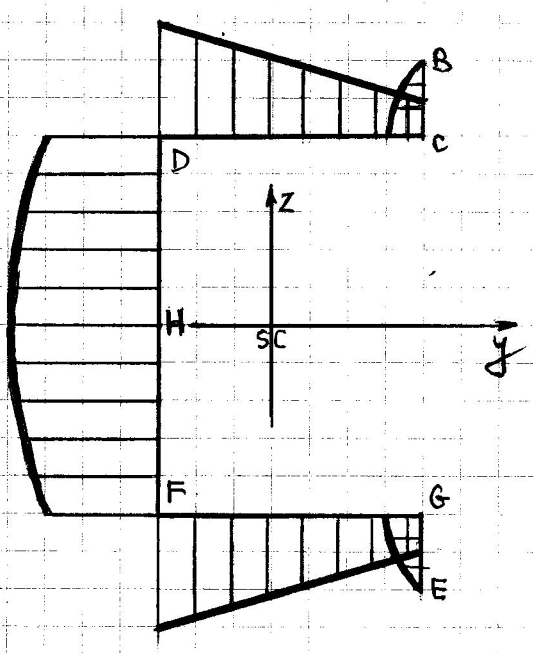
przedział DF $\rightarrow S_y(s) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + \frac{b\delta h}{2} + \frac{s_3\delta}{2}(h-s_3)$

$S_y(H) = S_y\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + \frac{b\delta h}{2} + \frac{h^2\delta}{8}$

$S_y(F) = S_y(h) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + \frac{bh\delta}{2}$ $(= S_y(D))$

przedział FG $\rightarrow S_y(s) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + \frac{bh\delta}{2} + s_4\cdot\delta\cdot\left(-\frac{h}{2}\right)$, $S_y(b) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) = S_y(C)$

przedział GE $\rightarrow S_y(s) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) + s_5\cdot\delta\left(-\frac{h}{2} - \frac{s_5}{2}\right)$, $S_y(E) = \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) - \frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) = 0$



Wyznaczenie położenia środka sił poprzecznych SP ze wzoru:

$$e_y = -\frac{1}{J_y}\int_0^{s_C} S_y(s)\cdot \rho\, ds$$

Przyjmujemy biegun w punkcie F, wtedy całka rozbija się na trzy całki na odcinkach BC, CD oraz GF. Na pozostałych ramię względem bieguna $= 0$.

$$\int_0^{s_C} S_y(s)\cdot\rho\, ds = \int_B^C S_y(s_1)\cdot b\cdot(-1)\,ds_1 + \int_C^D S_y(s_2)\cdot h\, ds_2 + \int_G^E S_y(s_5)\cdot b(-1)\,ds_5 =$$

$$= (-b)\int_0^{h_1}\delta\left(\left(\frac{h}{2}+h_1\right)s_1 - \frac{1}{2}s_1^2\right)ds_1 + h\int_0^b\left(\frac{h_1\delta}{2}(h+h_1)+\frac{h\delta}{2}s_2\right)ds_2 - b\int_0^{h_1}\left(\frac{h_1\delta}{2}(h+h_1) +\right.$$

$$\left. - \frac{h\delta}{2}s_5 - \frac{\delta}{2}s_5^2\right)ds_5 = -b\delta\left[\left(\frac{h}{2}+h_1\right)\frac{1}{2}s_1^2 - \frac{1}{6}s_1^3\right]_0^{h_1} + h\delta\left[\frac{h_1}{2}(h+h_1)s_2 +\right.$$

$$\left. + \frac{h}{4}s_2^2\right]_0^b - b\delta\left[\frac{h_1}{2}(h+h_1)s_5 - \frac{h}{4}s_5^2 - \frac{1}{6}s_5^3\right]_0^{h_1} = -b\delta\left[\left(\frac{h}{2}+h_1\right)\frac{h_1^2}{2} - \frac{h_1^3}{6}\right] +$$

$$+ h\delta\left[\frac{h_1 b}{2}(h+h_1) + \frac{hb^2}{4}\right] - b\delta\left[\frac{h_1^2}{2}(h+h_1) - \frac{hh_1^2}{4} - \frac{1}{6}h_1^3\right] =$$

$$= -b\delta\left(\frac{hh_1^2}{4}+\frac{h_1^3}{2}-\frac{h_1^3}{6}\right) + h\delta\left(\frac{bhh_1}{2}+\frac{bh_1^2}{2}+\frac{b^2h}{4}\right) - b\delta\left(\frac{hh_1^2}{2}+\frac{h_1^3}{2}-\frac{hh_1^2}{4}-\frac{h_1^3}{6}\right) =$$

$$= -b\delta\left(\frac{hh_1^2}{4}+\frac{h_1^3}{3}\right) + h\delta\left(\frac{bhh_1}{2}+\frac{bh_1^2}{2}+\frac{b^2h}{4}\right) - b\delta\left(\frac{hh_1^2}{4}+\frac{h_1^3}{3}\right) =$$

$$= -\frac{\delta bhh_1^2}{4} - \frac{b\delta h_1^3}{3} + \frac{\delta bh^2h_1}{2} + \frac{\delta bhh_1^2}{2} + \frac{\delta b^2h^2}{4} - \frac{\delta bhh_1^2}{4} - \frac{\delta bh_1^3}{3} =$$

$$= \frac{\delta bh^2h_1}{2} + \frac{\delta b^2h^2}{4} - \frac{2\delta bh_1^3}{3} = \frac{\delta b^2h^2}{12}\left(3+\frac{6h_1}{b} - 8\frac{h_1^3}{bh^2}\right) =$$

$$= \frac{0.4\cdot 7^2\cdot 10^2}{12}\left(3+6\frac{2}{7} - 8\frac{2^3}{7\cdot 10^2}\right) = 163.33\cdot 4.623 = 755.065\ \text{cm}^5$$

$$e_y = -\frac{755.065}{231.14} = -3.267\ \text{cm} \approx -33\ \text{mm}$$